

I. Lí thuyết

1. Các trường hợp đặc biệt của phương trình bậc hai dạng: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

+ Nếu $a + b + c = 0$ thì PT có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a}$

+ Nếu $a - b + c = 0$ thì PT có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{c}{a}$

- **Ví dụ 1:** Giải phương trình sau:

a) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

($a = 2$; $b = -5$; $c = 3$)

Ta có: $a + b + c = 2 + (-5) + 3 = 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{3}{2}$

b) $3x^2 + 7x + 4 = 0$

($a = 3$; $b = 7$; $c = 4$)

Ta có: $a - b + c = 3 - 7 + 4 = 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{4}{3}$

2. Phương trình quy về phương trình bậc hai

Dạng phương trình trùng phương: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)

- **Ví dụ 2:** Giải phương trình sau

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Đặt $t = x^2$, điều kiện: $t \geq 0$. Phương trình trở thành: $t^2 - 13t + 36 = 0$

($a = 1$; $b = -13$; $c = 36$)

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4.1.36 = 25$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $t_1 = \frac{-(-13) - 5}{2.1} = 4$ (nhận); $t_2 = \frac{-(-13) + 5}{2.1} = 9$ (nhận)

Khi $t = 4$: $x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Khi $t = 9$: $x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = -3 \\ x_4 = 3 \end{cases}$

Vậy phương trình ban đầu có 4 nghiệm: $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = -3, x_4 = 3$

b) $4x^4 + x^2 - 5 = 0$

Đặt $t = x^2$, điều kiện: $t \geq 0$. Phương trình trở thành: $4t^2 + t - 5 = 0$

($a = 4$; $b = 1$; $c = -5$)

Ta có: $a + b + c = 4 + 1 + (-5) = 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $t_1 = 1$ (nhận); $t_2 = \frac{-5}{4}$ (loại)

Khi $t = 1$: $x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

Vậy phương trình ban đầu có 2 nghiệm: $x_1 = -1, x_2 = 1$

II. Bài tập

Bài 1: Giải các phương trình bậc hai sau

a) $x^2 + 5x - 6 = 0$

b) $5x^2 + 3x - 8 = 0$

c) $x^2 + 3x + 2 = 0$

d) $x^2 + 4x + 3 = 0$

Bài 2: Giải phương trình

a) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

b) $3x^4 + 4x^2 + 1 = 0$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

d) $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$

e) $3x^4 + 10x^2 + 3 = 0$

f) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$

Lưu ý: **Dạng phương trình:** $ax + b\sqrt{x} + c = 0$ ($a \neq 0$)

- **Ví dụ 3:** Giải phương trình $x - 13\sqrt{x} + 36 = 0$

Đặt $t = \sqrt{x}$, điều kiện: $t \geq 0$. Phương trình trở thành: $t^2 - 13t + 36 = 0$

($a = 1$; $b = -13$; $c = 36$)

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4.1.36 = 25$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $t_1 = \frac{-(-13) - 5}{2.1} = 4$ (nhận); $t_2 = \frac{-(-13) + 5}{2.1} = 9$ (nhận)

Khi $t = 4$: $\sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 4^2 \Leftrightarrow x = 16$

Khi $t = 9$: $\sqrt{x} = 9 \Leftrightarrow x = 9^2 \Leftrightarrow x = 81$

Bài 3: Giải các phương trình sau

a) $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$

b) $2x - 3\sqrt{x} - 5 = 0$

c) $2x - 7\sqrt{x} + 3 = 0$

d) $x - 8\sqrt{x-1} + 15 = 0$